ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΙΣ,

ΠΕΡΙ ΤΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΤΥΠΟΥ ΤΩΝ ΣΥΝΔΥΑΣΜΩΝ

ΠΑΡΑ ΤΟΥ ΔΟΚΤΟΡΟΣ

ΙΩΑΝΝΟΥ ΚΑΡΑΝΤΙΝΟΥ ΚΕΦΑΛΛΗΝΟΣ,

ΕΦΟΡΟΥ ΤΗΣ ΙΟΝΙΟΥ ΑΚΑΔΗΜΙΑΣ,

ΚΑΙ ΠΡΟΦΕΣΣΟΡΟΣ ΤΗΣ ΥΨΗΛΟΤΕΡΑΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ.

ὁ ἐκδότης πρὸς τὸν ἐλλογιμώτατον Κύριον Κάρολον Ἐδ-
ερῖνον ἐλληνομαθέστατον. Β. Α. χαρίζει τὸ σέβας του.
ὁ Δρ: Ἰωάννης Καραντινός

ΚΕΡΚΥΡΑΙ.

Τῇ 3 Οκτωβρίου 1825.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΙΣ,

ΠΕΡΙ ΤΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΤΥΠΟΥ ΤΩΝ ΣΥΝΔΙΑΣΜΩΝ

Πολλοὶ παλαιοὶ καὶ νέοι μαθηματικοὶ ὡμίλησαν περὶ τοῦ γενικοῦ τύπου, ὅστις περιςάνει τὸ ἄθροισμα τῶν συνδυασμῶν μ ψηφίων συνδυαζομένων ἀνὰ η τὴν φορὰν, καὶ μάλιςα ὁ Κύριος Μπουρδῶν εἰς τὰ ςοιχεῖα τῆς ἀλγέβρης του ἀπέδειξε μὲ πολλὴν εὐφυΐαν, ὅτι ὁ τύπος οὗτος εἶναι ὁ ἀκόλουθος,

$$\frac{\Pi}{K} \times \left\{ \frac{\mu - \eta + 1}{\eta} \right\}$$

Ἀλλὰ διὰ νὰ προσδιορίσῃ τὰ συμβοηθητικὰ ψηφία Π καὶ Κ, καθὼς καὶ ὅλοι οἱ ἄλλοι μαθηματικοὶ, ἐπιςρέφει εἰς τὴν μερικὴν περίςασιν, τουτέςιν εἰς τὰ ἀθροίσματα τῶν συνδυασμῶν μ ψηφίων συνδυαζομένων ἀνὰ ἕνα τὴν φορὰν ἀνὰ δύω καὶ οὕτως ἐφεξῆς.

Εἶναι ὅμως δυνατὸν νὰ προσδιορισθῇ ὁ γενικὸς οὗτος τύπος, χωρὶς νὰ ἐπιςρέψωμεν εἰς τὰς μερικὰς περιςάσεις, κατὰ τὸν ἀκόλουθον τρόπον.

Διὰ νὰ συνδυάσωμεν μ ψηφία ἀνὰ η τὴν φοράν. πρότερον συνδυάζομεν τὰ μ − ι ψηφία ἀνὰ η − ι τὴν φορὰν, καὶ καλοῦμεν Α τὸν Ἀριθμὸν τῶν διαφορετικῶν τούτων συνδυασμῶν μετὰ ταῦτα συνδυάζομεν ἕκαςον συνδυασμὸν τῶν μ − ι ψηφίων συνδυαζομένων ἀνὰ η − ι τὴν φορὰν μὲ τὸ παραιτημένον τῶν μ ψηφίων παραδείγματος χάριν μὲ τὸ α, καὶ θέλομεν ἔχει Α συνδυασμοὺς ἕκαςος τῶν ὁποίων περιέχει η ψηφία, ὡς α β γ δ κ - - - - λ, α β γ δ - - - - κ καὶ ἐφεξῆς. Πάλιν συνδυάζοντες τοὺς συνδυασμοὺς τῶν μ − ι ψηφίων συνδυαζομένων ἀνὰ η − ι τὴν φορὰν διὰ τοῦ παραιτημένου ἄλλου ψηφίου παραδείγματος χάριν διὰ τοῦ β θέλομεν ἔχει Α συνδυασμοὺς ἕκαςον τῶν ὁποίων περιέχει η ψηφία καὶ ἀκολουθοῦντες κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον καὶ μὲ κάθε ἄλλο τῶν ἄλλων ψηφίων, τουτέστι μὲ τὸ γ, δ, ε. - - - - - θέλομεν ἔχει μ Α συνδυασμοὺς, ἕκαστος τῶν ὁποίων θέλει περιέχει η ψηφία.

Πρέπει ὅμως νὰ παρατηρήσωμεν, ὅτι συνδυάζοντες ἕκαστον συνδυασμὸν τῶν εἰς τὸ Α περιεχομένων, διὰ τοῦ ψηφίου α, θέλομεν ἔχει μεταξύ τῶν ἄλλων συνδυασμῶν τὸν α β γ δ - - - - - λ, παρομοίως συνδυάζοντες τοὺς ἐν τῷ Α συνδυασμοὺς διὰ τοῦ ψηφίου β, θέλομεν ἔχει μεταξὺ τῶν ἄλλων συνδυασμῶν, ἕκαστον ἀπὸ η ψηφία, καὶ τὸν β α γ δ - - - - λ, παρομοίως ὅταν ἐκτελοῦμεν τὴν πρᾶξιν διὰ τοῦ γ, θέλομεν ἔχει τὸν συνδυασμὸν γ α β δ - - λ, καὶ οὕτως ἀκολουθοῦντες, ὅταν συνδυάσωμεν ἕκαστον συνδυασμὸν τῶν εἰς τὸν Α περιεχομένων διὰ τοῦ παραιτημένου ψηφίου, η θέλομεν ἔχει μεταξύ τῶν ἄλλων συνδυασμῶν καὶ τὸν λ - - - - - - δ γ β α τουτέστι η φοραῖς τὸν αὐτὸν συνδυασμόν. Ἀλλὰ ὅσα εἴπομεν περὶ τοῦ συνδυασμου α β γ δ - - - - - - - - λ, ἁρμοζουν καὶ εἰς κάθε ἄλλον συνδυασμὸν η ψηφίων, διὰ τοῦτο τὸ μ. Α εἶναι εἷς ἀριθμὸς πολλαπλάσιος τοῦ η, τουτέστι ἕκαστος διαφορετικὸς συνδυασμὸς τῶν μ ψηφίων συνδυαζομένων ἀνὰ η τὴν φορὰν ἐλήφθη η φοραῖς. Λοιπὸν διὰ νὰ εὕρωμεν τὸν ἀριθμὸν τῶν διαφορετικῶν συνδυασμῶν μ ψηφίων συνδυαζομένων ἀνὰ η τὴν φορὰν, πρέπει νὰ διαιρέσωμεν τὸν τύπον μ. Α διὰ τοῦ η καὶ οὕτως ἔχομεν διὰ τὸν ζητούμενον τύπον.

$$\frac{\mu}{\eta} . \mathrm{A}$$

Τουτέστι τὸ ἄθροισμα τῶν διαφορέτικῶν συνδυασμῶν τῶν μ ψηφίων συνδυαζομένων ἀνὰ η, εἶναι ἴσον μὲ ἓν γινόμενον δύω παραγόντων, ἐξ ὧν ὁ μὲν πρῶτος εἶναι ὁ ἀριθμὸς τῶν δοθέντων ψηφίων, ὁποῦ μέλλουν νὰ συνδυασθῶσι, καὶ διαιρεῖται διὰ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν ψηφίων, ὁποῦ ἔχει ἕκαστος τῶν ζητουμένων συνδυασμῶν. Ο δὲ δεύτερος εἶναι ὁ ἀριθμὸς τῶν συνδυασμῶν, τῶν δοθέντων ψηφίων μεῖον ἕν, συνδυαζομένων ἀνὰ τόσα τὴν φορὰν, ὅσα ἔχει, ψηφία μεῖον ἕν, ἕκαστος τῶν ζητουμένων συνδυασμῶν. Διὰ τοῦτο τὸ Α τὸ ὁποῖον παριστάνει τὸ ἄθροισμα τῶν διαφόρων συνδυασμῶν τῶν μ - ι ψηφίων συνδυαζομένων ἀνὰ $\eta - 1$, εἶναι ἴσον μὲ τὸν ἀριθμὸν τῶν ψηφίων, δηλαδὴ $\mu - 1$, νὰ διαιρεθῇ διὰ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν ψηφίων, ὁποῦ ἔχει ὁσυνδυασμὸς, τουτέςι διὰ τοῦ $\eta - 1$, καὶ μετὰ ταῦτα τὸ πηλίκον $\frac{\mu - 1}{\eta - 1}$ νὰ πολλαπλασιασθῇ διὰ τοῦ ἀθροίσματος τῶν συνδυασμῶν τῶν $\mu - 2$ ψηφίων συνδυαζομένων ἀνὰ $\eta - 2$. Τὸ ὁποῖον ἄθροισμα καλοῦμεν A', καὶ διὰ τοῦτο $A = \frac{\mu - 1}{\eta - 1} \cdot A'$, παρομοίως $A' = \frac{\mu - 2}{\eta - 2} \cdot A''$ καὶ πάλιν $A'' = \frac{\mu - 3}{\eta - 3} A'''$ καὶ ἀκολουθοῦντες οὕτω, θέλομεν τελοσπάντων καταντήσει εἰς $A^{(\eta - 3)} = \frac{\mu - \eta + 2}{\eta - (\eta - 2)} \cdot A^{(\eta - 2)}$, τουτέςιν ἓν γινόμενον, τὸ ὁποῖον ἐκφράττει τὸ ἄθροισμα τῶν συνδυασμῶν $\mu - \eta + 2$ ψηφίων συνδυαζομένων ἀνὰ δύω. Ἀλλὰ τὸ ἄθρισμα τῶν τοιούτων συνδυασμῶν εἶναι ἴσον μὲ ἓν γενόμενον δύω παραγόντων, ἐξ ὧν ὁ πρῶτος εἶναι ὁ ἀριθμὸς τῶν ψηφίων $\mu - \eta + 2$ νὰ διαιρεθῇ διὰ τοῦ 2, τουτέςι $\frac{\mu - \eta + 2}{2}$ ὁ δεύτερος δὲ εἶναι τὸ ἄθροισμα τῶν συνδυασμῶν $\mu - \eta + 1$ ψηφίων συνδυαζομένων ἀνὰ ἓν τὴν φοράν. Τὸ δὲ τοιοῦτον ἄθροισμα εἶναι ἴσον μὲ $\mu - \eta + 1$, διὰ τοῦτο τὸ ἄθροισμα τῶν διαφορων συνδυασμῶν $\mu - \eta + 2$ ψηφίων συνδυαζομένων ἀνὰ δύω δύω, τουτέςι $A^{(\mu - 3)} = \frac{(\mu - \eta + 2)(\mu - \eta + 1)}{2 \cdot 1}$

Λοιπὸν τὸ ἄθρισμα τῶν συνδυασμῶν ψηφίων		Συνδυαζομένων ἀνὰ		Παριςάνεται διά.
	$\mu - 1$		$\eta - 1$	$A = \frac{\mu - 1}{\eta - 1} \cdot A'$
	$\mu - 2$		$\eta - 2$	$A' = \frac{\mu - 2}{\eta - 2} \cdot A''$
	$\mu - 3$		$\eta - 3$	$A'' \quad \frac{\mu - 3}{\eta - 3} \cdot A'''$
	$\mu - 4$		$\eta - 4$	.
	.		.	.
	.		.	.
	.		.	.
	$\mu - \eta + 2$		$\eta - \eta + 2$	$A^{(\eta - 3)} = \frac{\mu - \eta + 2}{2} \cdot A^{(\eta - 2)}$
	$\mu - \eta + 1$		$\eta - \eta + 1$	$A^{(\eta - 2)} = \frac{\mu - \eta + 1}{1}$

Ἐὰν τώρα πολλαπλασιασθῶσιν ἀναμεταξύ των τὰ πρῶτα μέλη αὐτῶν τῶν ἐξισώσεων, καὶ παρομοίως τὰ δεύτερα θέλομεν ἔχει $A . A' . . A^{(\nu-2)} = A' . A'' . . . A^{(\nu-1)} \times \frac{\mu-1}{\nu-1} \frac{\mu-2}{\nu-2} \frac{\mu-3}{\nu-3} \times \ldots . \frac{(\mu-\nu+2)(\mu-\nu+1)}{2 \cdot 1}$; καὶ διαιροῦντες ταύτην τὴν ἐξίσωσιν διὰ $A' . A'' \ldots A^{(\nu-3)} A^{(\nu-2)}$ συνάγομεν $A = \frac{(\mu-1)}{\nu-1} \frac{(\mu-2)}{\nu-2} \ldots . \frac{(\mu-\nu+2)}{2} \frac{(\mu-\nu+1)}{1}$ ἀντικαθιστῶντες ὡς τὸ γινόμενον $\frac{\mu}{\nu} A$ ἀντὶ τοῦ A τὸ ἴσον του θέλομεν ἔχει.

$\frac{\mu}{\nu} A = \frac{\mu}{\nu} \frac{\mu-1}{\nu-1} . \frac{\mu-2}{\nu-2} \ldots\ldots \frac{(\mu-\nu+2)}{2} \frac{(\mu-\nu+1)}{1}$ ἢ $\frac{\mu}{\nu} A = \frac{\mu (\mu-1) (\mu-2) (\mu-3) \ldots\ldots (\mu-\nu+2) (\mu-\nu+1)}{1 . 2 . 3 . 4 \ldots\ldots\ldots (\nu-1) \nu}$ Ἐκ τοῦ ὁποίου γενικοῦ τύπου δίδοντες μερικὰς τιμὰς τοῦ ν θέλομεν εὕρει τὰ ἀθροίσματα τῶν μ ψηφίων συνδυαζομένων ἀνὰ ἓν τὴν φοράν, ἢ ἀνὰ δύω τὴν φορὰν καὶ οὕτως ἐφεξῆς.

ΤΕΛΟΣ